Accompagnement personnalisé TES1

1 - Choses de base sur la dérivation

Point de vue graphique

Définitions et propriétés

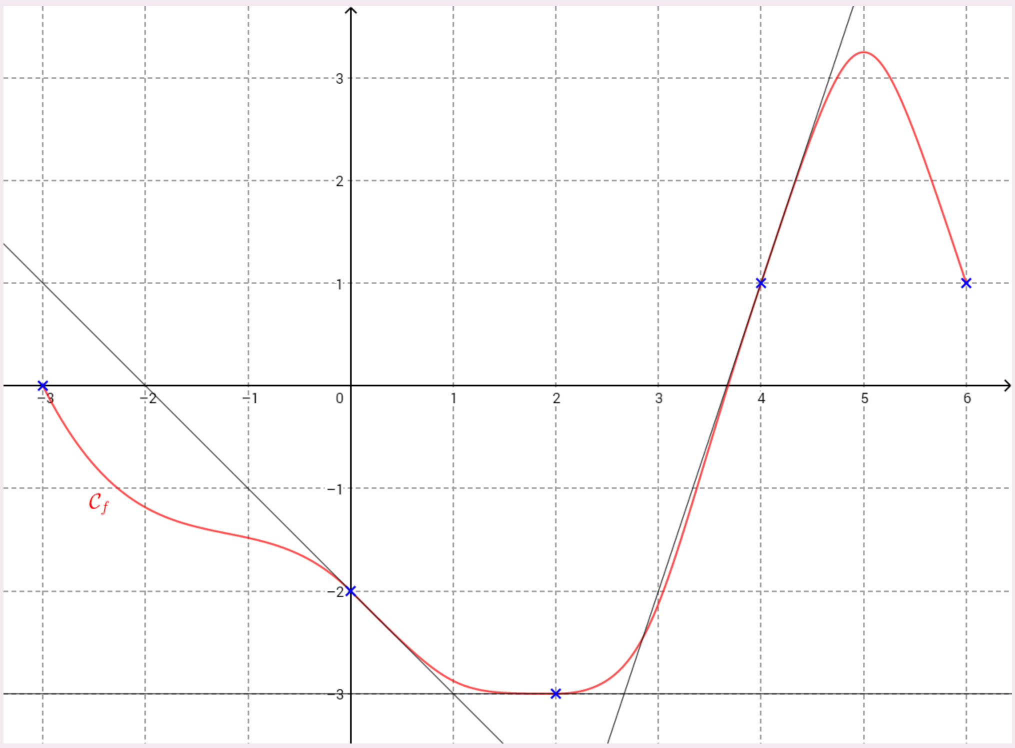
- Dire que f est **dérivable** en x_0 revient à dire que la courbe $\mathcal{C}_f$ admet une tangente <u>non verticale</u> en $\mathrm{A}(x_0; f(x_0))$.
- Le coefficient directeur de la tangente $\mathcal{T}_\mathrm{A}$ est $f'(x_0)$, appelé **nombre dérivé de f en x_0**.
- L'équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ en A est : $y = f'(x_0) \times (x - x_0) + f(x_0)$.

Savoir-Faire

- Pour lire le nombre dérivé d'une fonction f en une abscisse x_0 donnée : on observe la tangente à $\mathcal{C}_f$ en le point A d'abscisse x_0 et on lit graphiquement son coefficient directeur. Il s'agit de $f'(x_0)$.
- Pour lire graphiquement le signe d'un nombre dérivé : si la tangente est « ascendante », alors il est positif ; si la tangente est « descendante », alors il est négatif ; si la tangente est horizontale alors il est nul.

Exercices d'entraînement

Exercice 1 : Sur le graphique suivant, lire graphiquement les valeurs de $f(-3)$, $f(0)$, $f(2)$, $f(4)$, $f(6)$, $f'(0)$, $f'(2)$, $f'(4)$, $f'(5)$.



Point de vue analytique

Définitions et propriétés

- Si f est dérivable sur $\mathcal{D}_f$, alors on appelle **fonction dérivée de** f la fonction notée f' définie sur $\mathcal{D}_f$ par : $x \mapsto f'(x)$.
- **Tableau des dérivées usuelles :**

Fonction f	Dérivée f'
$x \mapsto k$ (fixé)	$x \mapsto 0$
$x \mapsto x^n$ $(n \in \mathbb{Z})$	$x \mapsto nx^{n-1}$
$x \mapsto \frac{1}{x}$	$x \mapsto \frac{-1}{x^2}$
$x \mapsto \sqrt{x}$	$x \mapsto \frac{1}{2\sqrt{x}}$

- **Tableau des opérations sur les dérivées :**
  u et v sont deux fonctions, k est un nombre réel fixé.

Fonction f	Dérivée f'
$k \times u$	$k \times u'$
$u + v$	$u' + v'$
$u \times v$	$u' \times v + u \times v'$
$\dfrac{1}{v}$	$\dfrac{-v'}{v^2}$
$\dfrac{u}{v}$	$\dfrac{u' \times v - u \times v'}{v^2}$

Savoir-Faire

Connaître et appliquer les formules, ni plus ni moins !

Exercices d'entraînement

Exercice 2 : Déterminer une expression de la dérivée de :

1. $f_1 : x \mapsto 3x^2 - 5x + 123$;
2. $f_2 : x \mapsto -98x^6 + 5x^4 - 7x^3 + 8x^2 - 15x - 1$;
3. $f_3 : x \mapsto 3x^2 - 2\sqrt{x}$;
4. $f_4 : x \mapsto 6x - \dfrac{1}{x}$;
5. $f_5 : x \mapsto -12\sqrt{x}$;
6. $f_6 : x \mapsto \dfrac{3}{x}$.

Exercice 3 : Déterminer une expression de la dérivée de :

1. $g_1 : x \mapsto (3x-5)(7x^2-6x+1)$;
2. $g_2 : x \mapsto \dfrac{1}{5x-3}$;
3. $g_3 : x \mapsto 2x(x-7)$;
4. $g_4 : x \mapsto \dfrac{3x-8}{-2x+5}$;
5. $g_5 : x \mapsto 3x\sqrt{x}$;
6. $g_6 : x \mapsto \dfrac{2x^2-5x+3}{-x^2-x-1}$;
7. $g_7 : x \mapsto (2x-4)(3x^2-2x+3)$;
8. $g_8 : x \mapsto \dfrac{4}{x^2+1}$;
9. $g_9 : x \mapsto 2x(3x-7) + x$;
10. $g_{10} : x \mapsto \dfrac{6x}{5x-3}$;
11. $g_{11} : x \mapsto x^2\sqrt{x}$;
12. $g_{12} : x \mapsto \dfrac{3x^3}{2x^2+5x+1}$.