Chapitre 2

Suites géométriques

2.1 Généralités

2.1.1 Définitions d'une suite géométrique

Définition. *Une suite est dite **géométrique** si l'on passe d'un terme de la suite au suivant en **multipliant** toujours par le même nombre.*

*Le nombre en question est appelé **raison de la suite**, on le notera en général q.*

Propriété. *Si (u_n) est une suite géométrique de raison q, alors, pour tout nombre entier naturel n : $u_{n+1} = q \times u_n$ **(notation récurrente)** mais aussi : $u_n = u_0 \times q^n$, ou encore : $u_n = u_p \times q^{n-p}$ **(notation explicite)**.*

2.1.2 Algorithmes associés aux suites géométriques

L'algorithme suivant permet de calculer un terme de rang N donné pour une suite **géométrique** de premier terme (de rang 0) et de raison fixés.

Variables	I, N, U et Q sont des nombres
Initialisation	Lire N *(rang du terme à calculer)* Lire U *(premier terme)* Lire Q *(raison de la suite)*
Traitement	Pour I allant de 1 à N faire : | U prend la valeur $U \times Q$ Fin Pour
Sortie	Afficher U

L'algorithme suivant permet de calculer les N premiers termes d'une suite **géométrique** de premier terme (de rang 0) et de raison fixés, pour N donné.

Variables	I, N, U et Q sont des nombres
Initialisation	Lire N *(rang du terme à calculer)* Lire U *(premier terme)* Lire Q *(raison de la suite)*
Traitement	Pour I allant de 1 à N faire : | Afficher U | U prend la valeur $U \times Q$ Fin Pour
Sortie	Afficher U

2.2 Somme de termes d'une suite géométrique

Propriété. *Si (u_n) est une suite géométrique de raison q définie sur $\mathbb{N}$, alors, pour tous nombres entiers k et p avec $k < p$:*

$$u_k + u_{k+1} + \ldots + u_{p-1} + u_p = u_k \times \frac{1 - q^{p-k+1}}{1 - q}$$

Remarque. *De manière simplifiée : si on additionne N termes consécutifs d'une suite géométrique de raison q, la somme vaut : $S =$ premier terme $\times \dfrac{1 - q^N}{1 - q}$ (car il y a N termes dans cette somme).*

Exemple. *(u_n) est une suite géométrique de premier terme $u_0 = 3$ et de raison $q = 2$. On a alors :*

$$u_{10} + u_{11} + \ldots + u_{24} + u_{25} = u_{10} \times \frac{1 - 2^{16}}{1 - 2} = 3 \times 2^{10} \times \frac{1 - 2^{16}}{-1} = 201323520.$$