

# Chapitre 2 - Suites géométriques

Paul DARTHOS

Lycée Jaufré RUDEL - BLAYE

17 septembre 2017

▸ Qu'est-ce qu'une suite géométrique ?

# Définition d'une suite géométrique

## Définition

*Une suite est dite **géométrique** si l'on passe d'un terme de la suite au suivant en **multipliant** toujours par le même nombre. Le nombre en question est appelé **raison de la suite**, on le notera en général  $q$ .*

# Notations récurrente et explicite

## Propriété

*Si  $(u_n)$  est une suite géométrique de raison  $q$ , alors, pour tout nombre entier naturel  $n$  :*

$$u_{n+1} = q \times u_n \text{ (**notation récurrente**)}$$

$$\text{mais aussi : } u_n = u_0 \times q^n,$$

$$\text{ou encore : } u_n = u_p \times q^{n-p} \text{ (**notation explicite**).$$

# Calculer un terme de rang donné

L'algorithme suivant permet de calculer un terme de rang  $N$  donné pour une suite **géométrique** de premier terme (de rang 0) et de raison fixés.

<b>Variables</b>	$I, N, U$ et $Q$ sont des nombres
<b>Initialisation</b>	Lire $N$ ( <i>rang du terme à calculer</i> ) Lire $U$ ( <i>premier terme</i> ) Lire $Q$ ( <i>raison de la suite</i> )
<b>Traitement</b>	Pour $I$ allant de 1 à $N$ faire :   $U$ prend la valeur $U \times Q$ Fin Pour
<b>Sortie</b>	Afficher $U$

# Calculer plusieurs termes

L'algorithme suivant permet de calculer les  $N$  premiers termes d'une suite **géométrique** de premier terme (de rang 0) et de raison fixés, pour  $N$  donné.

<b>Variables</b>	$I, N, U$ et $Q$ sont des nombres
<b>Initialisation</b>	Lire $N$ ( <i>rang du terme à calculer</i> ) Lire $U$ ( <i>premier terme</i> ) Lire $Q$ ( <i>raison de la suite</i> )
<b>Traitement</b>	Pour $I$ allant de 1 à $N$ faire :   Afficher $U$   $U$ prend la valeur $U \times Q$ Fin Pour
<b>Sortie</b>	Afficher $U$

# La formule

## Propriété

*Si  $(u_n)$  est une suite géométrique de raison  $q$  définie sur  $\mathbb{N}$ , alors, pour tous nombres entiers  $k$  et  $p$  avec  $k < p$  :*

$$u_k + u_{k+1} + \dots + u_{p-1} + u_p = u_k \times \frac{1 - q^{p-k+1}}{1 - q}$$

## Remarque

*De manière simplifiée : si on additionne  $N$  termes consécutifs d'une suite géométrique de raison  $q$ , la somme vaut :*

$$S = \text{premier terme} \times \frac{1 - q^N}{1 - q}$$

*(car il y a  $N$  termes dans cette somme).*

# Exemple de calcul

## Exemple

$(u_n)$  est une suite géométrique de premier terme  $u_0 = 3$  et de raison  $q = 2$ . On a alors :

$$\begin{aligned}u_{10} + u_{11} + \dots + u_{24} + u_{25} &= u_{10} \times \frac{1 - 2^{16}}{1 - 2} \\ &= 3 \times 2^{10} \times \frac{1 - 2^{16}}{-1} \\ &= 201323520.\end{aligned}$$