

Devoir Surveillé 1

Mardi 3 octobre 2017

Exercice 1 - Algorithme (3 points) (**)

On considère l'algorithme ci-dessous :

```
Saisir  $n$ 
 $U$  prend la valeur 5
Pour  $I$  allant de 1 à  $n$ 
|  $U$  prend la valeur  $U \times 2$ 
Fin Pour
Afficher  $U$ 
```

1. (1 point) Si l'on rentre $n = 2$, que renvoie l'algorithme ?
2. (1 point) Si l'on rentre $n = 5$, que renvoie l'algorithme ?
3. (1 point) Que peut-on dire de la suite étudiée dans cet algorithme ?

Exercice 2 - Suites (6 points) (*)

Jean-Kévin place 10000€ sur un livret bancaire au taux annuel net de 2%.
Chaque année, les intérêts sont capitalisés pour fructifier les années suivantes.

1. (1 point) Quel sera le montant des intérêts la première année ?
Combien d'argent sera placé sur le livret au bout d'un an ?
2. (1 point) Quel sera le montant des intérêts la deuxième année ?
Combien d'argent sera placé sur le livret au bout de deux ans ?
3. (2 points) On note C_n le capital placé sur le livret au bout de n années.
Exprimer C_{n+1} en fonction de C_n . Quel est le type de la suite (C_n) ? On donnera sa raison et son premier terme.
4. (1 point) Exprimer C_n de façon explicite en fonction de n .
5. (1 point) Combien d'argent sera placé au bout de 72 ans ?
On arrondira à l'euro près.

Problème - Étude de fonctions (11 points) (***)

On s'intéresse à la fonction $f : x \mapsto \frac{x^3 - 1}{x^2 + 2x + 1}$, définie sur $[-10; -1[$. Pour l'étudier, nous allons procéder en trois étapes :

1. **Signe de $g(x)$** , où $g : x \mapsto x^3 + 3x^2 + 2$ est définie et continue sur \mathbb{R} .
 - (a) (1 point) Exprimer $g'(x)$ en fonction de x .
 - (b) (1 point) Montrer que l'équation $g'(x) = 0$ admet pour solutions -2 et 0 , en déduire le tableau de signes de $g'(x)$.
 - (c) (1 point) En déduire le tableau de variations de g .
 - (d) (2 points) Expliquer pourquoi l'équation $g(x) = 0$ possède une seule solution α sur $[-4; -3]$, en sachant que $g(-4) = -14$ et $g(-3) = 2$.
 - (e) (1 point) Donner une valeur approchée au dixième de α à l'aide de la calculatrice.
 - (f) (1 point) En tirer le tableau de signes de $g(x)$.

2. Dérivée de f

- (a) (2 points) Déterminer une expression de la dérivée f' de la fonction f .

On admet que, après simplification : $f'(x) = \frac{x^3 + 3x^2 + 2}{(x + 1)^3} = \frac{g(x)}{(x + 1)^3}$.

3. Tableau de variations de f

- (a) (1 point) Déduire du **1.** et du **2.** le tableau de signes de $f'(x)$ sur $[-10; -1[$.

Indication : On étudiera sur une ligne le signe de $g(x)$, sur une autre ligne le signe de $(x + 1)^3$, et enfin en déduire le signe de $f'(x)$.

- (b) (1 point) En tirer le tableau de variations de f sur $[-10; -1[$.