

Devoir Surveillé 2

Mardi 17 octobre 2017

Exercice 1 - Probabilités (5 points) (*)

Dans une exploitation agricole, une maladie rend la consommation des fruits produits difficile.

Un organisme de recherche en agronomie teste un traitement sur un quart du champ.

Une étude permet d'estimer la proportion de fruits abîmés à 0,12 dans la partie du champ qui a été traitée et à 0,30 dans la partie non traitée.

Une fois récoltés, les fruits sont mélangés sans distinguer la partie du champ d'où ils proviennent.

On prélève au hasard un fruit dans le champ et on note :

- T l'événement « Le fruit prélevé provient de la partie traitée. »
- A l'événement « Le fruit prélevé est abîmé. »

Dans cet exercice, on arrondira les résultats au millième.

1. (1 point) Construire un arbre pondéré traduisant la situation.
2. (a) (1 point) Calculer la probabilité que le fruit prélevé soit traité et abîmé.
(b) (2 points) Montrer que $P(A) = 0,255$.
3. (1 point) Un fruit prélevé au hasard dans la récolte est abîmé. Peut-on affirmer qu'il y a une chance sur quatre qu'il provienne de la partie du champ qui a été traitée ?

Exercice 2 - Suites (6 points) (**)

Dans une région pétrolière, un exploitant de forage constate que les volumes pompés, exprimés en millions de barils, diminuent de 15% chaque année.

La première année de l'étude, le volume pompé est de 32 millions de barils.

On note V_n le volume pompé après n années écoulées, en millions de barils. Ainsi : $V_0 = 32$.

1. (1 point) Quels seront les volumes prélevés au bout d'un an ? de deux ans ?
On détaillera les calculs.
2. (1 point) Exprimer V_{n+1} en fonction de V_n en justifiant soigneusement.
3. (1 point) Donner une expression de V_n en fonction de n .
4. (1 point) Quel sera le volume prélevé au bout de 10 ans ?
On détaillera les calculs et on arrondira au dixième.
5. (a) (1 point) On note S_n la suite définie pour tout nombre entier naturel n par :

$$S_n = V_0 + V_1 + \cdots + V_n.$$

Exprimer S_n en fonction de n .

- (b) (1 point) Calculer S_{10} (arrondi au dixième) et en donner une interprétation dans le contexte de l'exercice.

Exercice 3 - Fonctions (7 points) (**)

Un supermarché souhaite acheter des fruits à un fournisseur qui propose des prix au kilogramme dégressifs en fonction du poids de fruits commandés.

Pour une commande de x kilogrammes de fruits, le prix d'un kilogramme est noté $P(x)$ et exprimé en euro par la formule :

$$P(x) = \frac{x + 300}{x + 100} \text{ avec } x \in [100; 1000].$$

1. (a) (0,5 point) Si le supermarché achète 300 kilogrammes de fruits, à quel prix au kilogramme seront-ils vendus ?
(b) (0,5 point) Quel sera alors le montant total de cette commande de 300 kilogrammes de fruits ?
2. (a) (1 point) Déterminer une expression de la dérivée de P .
(b) (1 point) Dresser le tableau de variations de P sur $[100; 1000]$.
3. On appelle $S(x)$ la somme, exprimée en euro, dépensée par le supermarché pour une commande de x kilogrammes de fruits vendus par le fournisseur au prix de $P(x)$ par kilogramme.

On a donc : pour $x \in [100; 1000]$, $S(x) = x \times P(x)$.

- (a) (1 point) Démontrer que, pour $x \in [100; 1000]$,

$$S'(x) = \frac{x^2 + 200x + 30000}{(x + 100)^2}.$$

- (b) (1 point) Dresser le tableau de variations complet de S sur $[100; 1000]$.
- (c) (2 points) Le supermarché dispose d'un budget de 900 euros pour la commande de fruits.

Préciser, au kilogramme près, le poids maximum de fruits que le magasin peut commander sans dépasser son budget.

Dans cette question, toute trace de recherche, même inachevée, sera valorisée. Il faut détailler soigneusement tous les raisonnements suivis.

Exercice 4 - Algorithme (4 points) (*)

1. (3 points) Compléter l'algorithme suivant afin qu'après exécution la valeur prise par S corresponde à la somme des 20 premiers termes de la suite géométrique U de premier terme 15 et de raison 4.

```
U ← ...
S ← ...
Pour I allant de ... à ...
| ... ← .....
| ... ← .....
Fin Pour
```

2. (1 point) Calculer la valeur prise par S après exécution.