Accompagnement personnalisé TES1

3 - La loi binomiale

Schéma de BERNOULLI

Définitions et propriétés

- Une expérience aléatoire qui n'a que deux issues possibles (succès S ou échec $\overline{S}$) est une **épreuve de BERNOULLI** de paramètre $p = \mathrm{P}(S)$.
- Une répétition de n épreuves de BERNOULLI à la fois identiques et indépendantes est un **schéma de BERNOULLI** de paramètres n et p.
- On modélise un schéma de BERNOULLI par un **arbre de répétition**.

Savoir-Faire

- Pour identifier un schéma de BERNOULLI, on doit rechercher des expressions synonymes de « répétitions identiques et indépendantes », ou « tirages avec remise ».
- Pour modéliser un schéma de BERNOULLI avec un nombre raisonnable de répétitions ($n = 4$ grand maximum !), on dessine un arbre de répétition.

Exercices d'entraînement

Exercice 1 : Dans un lycée, l'Anglais, l'Allemand et l'Espagnol sont les trois seules secondes langues proposées. 10% des élèves étudient l'Anglais en seconde langue, 5% l'Allemand et les autres l'Espagnol.

On choisit au hasard trois élèves du lycée ; le grand nombre d'élèves du lycée permet de considérer ces trois tirages comme indépendants.

On note A l'événement « L'élève étudie l'Anglais » et $\overline{A}$ son contraire.

1. Justifier que cette situation traduit un schéma de BERNOULLI et donner ses paramètres.
2. Réaliser un arbre représentant cette situation.

Exercice 2 : Trois fois par semaine, pour se rendre à son club de fitness afin de travailler les quadris, Pulko rencontre quatre croisements où il doit laisser la priorité.

La probabilité pour que se présente un véhicule auquel il doit laisser la priorité est $0,2$ pour chaque croisement, de façon indépendante.

1. Justifier que cette situation traduit un schéma de BERNOULLI et donner ses paramètres.
2. Réaliser un arbre représentant cette situation.

La loi binomiale

Définitions et propriétés

- Si une variable aléatoire X compte le nombre de succès dans un schéma de BERNOULLI de paramètres n et p, alors elle peut prendre toute valeur entière comprise entre 0 et n inclus, et on appelle sa loi de probabilité la **loi binomiale**. On la note $\mathcal{B}(n\,;p)$.
- Si X suit la loi binomiale $\mathcal{B}(n\,;p)$, alors son espérance est $\mathrm{E}(X) = n \times p$.

Savoir-Faire

- Pour justifier qu'une variable aléatoire X suit une loi binomiale, on justifie qu'elle compte le nombre de succès dans un schéma de BERNOULLI (voir section précédente).
- Pour calculer $\mathrm{P}(X = k)$, on tape :
  TI : `2nde - var (distrib) - binomFdp` et : `binomFdp(n,p,k)`
  CASIO : `OPTN - STAT - DIST - BINM - Bpd` et : `BinomPD(k,n,p)`
- Pour calculer $\mathrm{P}(X \leq k)$, on tape :
  TI : `2nde - var (distrib) - binomFRép` et : `binomFRép(n,p,k)`
  CASIO : `OPTN - STAT - DIST - BINM - Bcd` et : `BinomCD(k,n,p)`

Exercices d'entraînement

Exercice 3 : Dans un club de sport, Frodon joue au basket-ball. Il sait que, lors d'un lancer, la probabilité qu'il marque un panier est égale à $0,6$.

Frodon lance le ballon quatre fois de suite. Les quatre lancers sont indépendants les uns des autres.

On note X le nombre de paniers marqués.

1. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2. Démontrer que la probabilité que Frodon ne marque aucun panier vaut $0,0256$.
3. Calculer la probabilité que Frodon marque trois paniers ou moins.

Exercice 4 : Une page internet contient un encart publicitaire. On estime que, pour cinquante internautes qui se rendent sur cette page, un seul clique sur l'encart publicitaire.

On choisit au hasard et de manière indépendante 20 internautes qui se sont rendus sur cette page internet.

1. Associer cette situation à une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2. Calculer la probabilité que, sur les 20 internautes, au moins deux aient cliqué sur l'encart publicitaire.