

# Devoir Surveillé 3

Mardi 21 novembre 2017

## Exercice 1 (5 points) (\*\*)

Afin de lutter contre la pollution de l'air, un département a contraint dès l'année 2013 certaines entreprises à diminuer chaque année la quantité de produits polluants qu'elles rejettent dans l'air.

Ces entreprises ont rejeté 410 tonnes de ces polluants en 2013 et 332 tonnes en 2015. On considère que le taux de diminution annuel de la masse de polluants rejetés est constant.

1. (1 point) Justifier que l'on peut considérer que l'évolution d'une année sur l'autre correspond à une diminution de 10%.

On admet que ce taux de 10% reste constant pour les années à venir.

2. (2 points) Compléter l'algorithme en **Annexe** afin que, pour la  $N$ -ième année après 2013,  $U$  corresponde à la quantité de polluants rejetés par ces entreprises.
3. (2 points) Déterminer à partir de quelle année la quantité de polluants rejetés par ces entreprises ne dépassera plus le seuil de 180 tonnes fixé par le conseil départemental.

## Exercice 2 (6 points) (\*)

Une agence de location de voitures dispose de trois types de véhicules : berline, utilitaire ou luxe, et propose, au moment de la location, une option d'assurance sans franchise. Une étude statistique a permis d'établir que :

- 30% des clients ont loué une berline et 10% ont loué un véhicule de luxe.
- 40% des clients qui ont loué une berline ont choisi l'option d'assurance sans franchise.
- 9% des clients ont loué un véhicule de luxe et ont choisi l'option d'assurance sans franchise.
- 21% des clients ont loué un véhicule utilitaire et ont choisi l'option d'assurance sans franchise.

On prélève au hasard la fiche d'un client et on considère les événements :

- $B$  : « le client a loué une berline. »
- $L$  : « le client a loué un véhicule de luxe. »
- $U$  : « le client a loué un véhicule utilitaire. »
- $A$  : « le client a choisi l'option d'assurance sans franchise. »

1. (2 points) Construire un arbre pondéré traduisant la situation.  
*Il sera complété au cours de l'exercice (mais restera partiellement incomplet).*
2. (1 point) Quelle est la probabilité que le client ait loué une berline et ait choisi l'option d'assurance sans franchise ?
3. (2 points) Calculer la probabilité qu'un client ait choisi l'option d'assurance sans franchise.
4. (1 point) Calculer  $P_L(A)$ , la probabilité que le client ait souscrit une assurance sans franchise sachant qu'il a loué une voiture de luxe.

### Exercice 3 (10 points) (\*\*)

Un fabricant de cerf-volants modélise son coût total de production, en millier d'euros, par la fonction  $C_T$  définie par  $C_T(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x + 2$  où  $x$  est la quantité produite, en millier de cerf-volants, avec  $x \in [0; 6]$ .

1. (1 point) Quel est le montant des coûts fixes de cette entreprise ?
2. (a) (1 point) Vérifier que, pour tout nombre  $x \in [0; 6]$ , on a :

$$C'_T(x) = (x - 1) \times \left(x + \frac{1}{2}\right).$$

- (b) (1 point) Étudier les variations de  $C_T$  et en déduire son tableau de variation complet sur l'intervalle  $[0; 6]$ .
- (c) (1 point) L'entreprise ne peut pas dépasser un coût total de fabrication de 50000€.  
Quel nombre maximal de cerf-volants peut-elle produire ?  
Donner le résultat à l'unité près.  
**Aide :** Démontrer que l'équation  $C_T(x) = 50$  admet une unique solution  $\beta$  sur l'intervalle  $[0; 6]$ , et en donner une valeur approchée au millième.
3. (a) (1 point) Déterminer l'expression du coût moyen de production, défini sur l'intervalle  $[0,001; 6]$  par :  $C_M(x) = \frac{C_T(x)}{x}$ .

- (b) (1 point) Vérifier que, pour tout  $x \in [0,001; 6]$ , on a :

$$C'_M(x) = \frac{8x^3 - 3x^2 - 24}{12x^2}.$$

- (c) (2 points) Étudier les variations de  $f$  sur  $[0,001; 6]$ , avec  $f$  définie par :  $f(x) = 8x^3 - 3x^2 - 24$ .
- (d) (1 point) En déduire que l'équation  $f(x) = 0$  admet une unique solution  $\alpha$  dans  $[0,001; 6]$  ; donner un arrondi de  $\alpha$  au millième.
- (e) (1 point) En déduire la production pour laquelle le coût moyen par cerf-volant est minimal.

Déterminer ce coût moyen minimal, arrondi au centime d'euro.

# ANNEXE

Prénom :

NOM :

## Exercice 1 - question 2

$U \leftarrow \dots$

Pour  $i$  allant de 1 à  $\dots$

$|U \leftarrow \dots\dots\dots$

Fin Pour