Chapitre 8 - Limites de suites

Paul DARTHOS

Lycée Jaufré RUDEL - BLAYE

7 janvier 2018

Vers quoi tend une suite ?

Notion de limite

Étudier la limite d'une suite revient à déterminer ce que deviennent les nombres u_n lorsque n prend des valeurs de plus en plus grandes et tend vers $+\infty$.

On peut se poser les questions suivantes :

- Les valeurs de u_n semblent-elles se rapprocher d'un nombre réel fixe ?
- Les valeurs de u_n semblent-elles pouvoir dépasser n'importe quel nombre réel donné ?

Lorsque la limite d'une suite (u_n) existe, on note ce nombre $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.

Limite de la suite (q^n) avec $q > 0$

Propriété

Si q est un nombre réel strictement positif, alors :

- *si* $q > 1$ *alors* $\lim\limits_{n \to +\infty} q^n = +\infty$;
- *si* $0 < q < 1$ *alors* $\lim\limits_{n \to +\infty} q^n = 0$;
- *si* $q = 1$ *alors* $\lim\limits_{n \to +\infty} q^n = 1$.

Un exemple de calcul de limite

Exemple

On définit la suite (S_n) de terme général
$S_n = 1 + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{1}{2}\right)^n$.
On a donc :

$$S_n = 1 \times \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n}{\frac{1}{2}} = 2 \times \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n\right)$$

D'après la propriété : $\lim\limits_{n \to +\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$, *donc on en tire :*
$\lim\limits_{n \to +\infty} S_n = 2 \times (1 - 0) = 2$.