Baccalauréat blanc série Économique et Sociale

Épreuve de Mathématiques

Mercredi 7 février 2018

Candidats suivant l'enseignement de spécialité

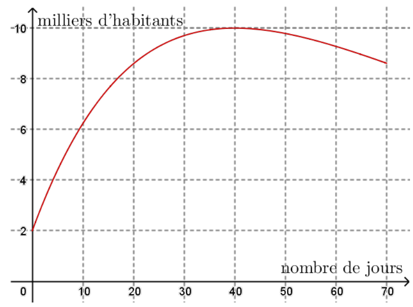
Merci de bien vouloir composer l'exercice 2 sur une copie séparée.

L'utilisation des lecteurs mp3, téléphones portables, montres connectées et d'autres outils de communication est interdite.
L'utilisation d'une seule calculatrice et des outils de construction géométrique est autorisée conformément à la note de service n° 2015-056 du 17-3-2015.
Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.
Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies.

Exercice 1 (6 points)

L'évolution de la population d'une station balnéaire pour l'été 2015 a été modélisée par une fonction f, définie sur l'intervalle $[0\,;70]$, dont la courbe représentative est donnée ci-dessous.

Lorsque x est le nombre de jours écoulés après le 1er juillet, $f(x)$ désigne la population en millier d'habitants.
Ainsi, $x = 30$ correspond au 31 juillet et $f(30)$ représente la population qu'il est prévu d'accueillir le 31 juillet.
On estime qu'un habitant utilisera chaque jour entre 45 et 55 litres d'eau.



Partie A

Dans cette partie, les réponses sont à fournir par lecture graphique.

1. (a) Estimer le nombre maximal d'habitants présents dans la station balnéaire selon ce modèle durant l'été 2015 et préciser à quelle date ce maximum serait atteint.

   (b) La commune est en capacité de fournir 600000 litres d'eau par jour, est-ce suffisant ?

2. Estimer le nombre de jours durant lesquels le nombre d'habitants de la station balnéaire devrait rester supérieur à 80% du nombre maximal prévu.

Partie B

On admet que la fonction f est définie sur l'intervalle $[0\,;70]$ par :

$$f(x) = 2 + 0{,}2x\mathrm{e}^{-0{,}025x+1}.$$

1. Calculer $f(9)$ puis vérifier que la consommation d'eau le 10 juillet serait, selon ce modèle, au plus de 324890 litres.

2. (a) Démontrer que $f'(x) = (0{,}2 - 0{,}005x)\mathrm{e}^{-0{,}025x+1}$, où f' est la fonction dérivée de f.

   (b) Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0\,;70]$.

   (c) En déduire la date de la consommation d'eau maximale.

Partie C

On note g la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;70]$ par :

$$g(x) = 55f(x) = 110 + 11x\mathrm{e}^{-0{,}025x+1}.$$

Lorsque x est le nombre de jours écoulés après le 1er juillet, $g(x)$ représente alors la consommation maximale d'eau prévue ce jour-là et exprimée en m^3.
On note G la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;70]$ par :

$$G(x) = 110x - (440x + 17600)\mathrm{e}^{-0{,}025x+1}.$$

On admet que la fonction G est une primitive de la fonction g.

La somme $S = g(10) + g(11) + g(12) + \cdots + g(20)$ représente la consommation maximale d'eau du 10$^{\text{e}}$ au 20$^{\text{e}}$ jour exprimée en m^3.

1. En l'illustrant sur la courbe $\mathcal{C}_g$ de l'**annexe** à rendre avec la copie, donner une interprétation graphique en termes d'aire de la somme S.
2. En déduire une valeur approximative de cette quantité d'eau consommée du 10$^{\text{e}}$ au 20$^{\text{e}}$ jour.

Exercice 2 (5 points)

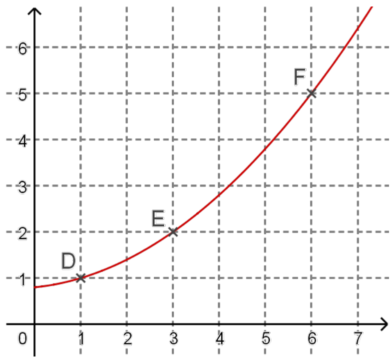
Les parties A et B sont indépendantes.

Un créateur d'entreprise a lancé un réseau d'agences de services à domicile. Depuis 2010, le nombre d'agences n'a fait qu'augmenter. Ainsi, l'entreprise qui comptait 100 agences au 1er janvier 2011 est passée à 200 agences au 1er janvier 2013 puis à 500 agences au 1er janvier 2016.

On considère que l'évolution du nombre d'agences peut être modélisée par une fonction f définie sur $[0\,;+\infty[$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b et c sont trois nombres réels.

La variable x désigne le nombre d'années écoulées depuis 2010 et $f(x)$ représente le nombre d'agences exprimé en centaine. La valeur 0 de x correspond donc à l'année 2010.

Sur le graphique ci-contre, on a représenté la courbe de la fonction f :

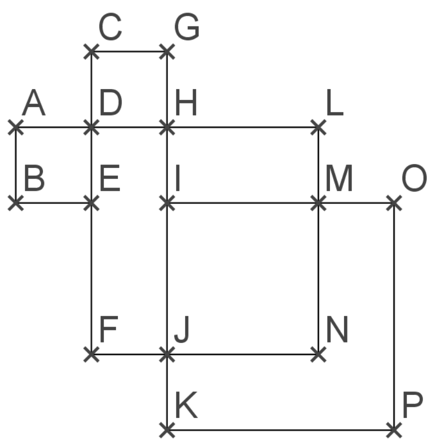


Partie A

Déterminer la valeur des coefficients a, b et c puis le nombre d'agences que l'entreprise possèdera au 1er janvier 2020 suivant ce modèle.

Partie B

Le responsable d'une de ces agences de services à domicile implantée en ville a représenté par le graphe ci-contre toutes les rues dans lesquelles se trouvent des clients qu'il doit visiter quotidiennement. Dans ce graphe, les arêtes sont les rues et les sommets sont les intersections des rues.



1. (a) Le graphe (G) est-il complet ?
   (b) Le graphe (G) est-il connexe ?
2. Ce responsable voudrait effectuer un circuit qui passe une et une seule fois par chaque rue dans laquelle se trouvent des clients. Déterminer si ce circuit existe dans chacun des deux cas suivants (déterminer un tel circuit dans le cas où celui-ci existe) :
   (a) Le point d'arrivée est le même que le point de départ.
   (b) Le point d'arrivée n'est pas le même que le point de départ.

Exercice 3 (5 points)

Les questions 1, 2 et 3 sont indépendantes les unes des autres.

Une grande entreprise vient de clôturer sa campagne de recrutement qui s'est déroulée en deux temps :

- *premier temps* : étude du dossier présenté par le candidat ;
- *deuxième temps* : entretien en vue du recrutement.

Le processus de recrutement mis en œuvre par l'entreprise est le suivant :

- si le dossier est jugé de bonne qualité, alors le candidat est reçu en entretien par le directeur des ressources humaines ;
- si le dossier n'est pas jugé de bonne qualité, alors le candidat subit des tests puis est reçu en entretien par le directeur de l'entreprise.

Dans les deux cas, à l'issue de l'entretien, le candidat est recruté ou ne l'est pas. À l'issue de cette campagne de recrutement, l'entreprise publie les résultats suivants :

- 30% des candidats avaient un dossier jugé de bonne qualité ;
- 20% des candidats n'ayant pas un dossier jugé de bonne qualité ont été recrutés ;
- 38% des candidats ont été recrutés.

1. On prend un candidat au hasard et on note :
   - D l'évènement « le candidat a un dossier jugé de bonne qualité » ;
   - R l'évènement « le candidat est recruté par l'entreprise ».

   (a) Représenter cette situation à l'aide d'un arbre pondéré (incomplet).

   (b) Calculer la probabilité que le candidat n'ait pas un dossier de bonne qualité et ne soit pas recruté par l'entreprise.

   (c) Montrer que la probabilité de l'évènement $D \cap R$ est égale à 0,24.

   (d) En déduire la probabilité qu'un candidat soit recruté sachant que son dossier est jugé de bonne qualité. Compléter l'arbre pondéré réalisé précédemment.

2. Dix personnes postulent pour un emploi dans l'entreprise. Les études de leurs candidatures sont faites indépendamment les unes des autres. On désigne par X la variable aléatoire donnant le nombre de personnes recrutées parmi les 10 personnes.

   (a) Justifier que X suit une loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0{,}38$.

   (b) Calculer la probabilité qu'au moins une des dix personnes soit recrutée.
   On donnera la valeur exacte puis une valeur du résultat arrondie à 10^{-3}.

3. Deux amis, Quentin et Coralie, sont convoqués le même jour pour un entretien avec la direction des ressources humaines.

   Coralie arrive à 8h30 alors que Quentin arrive au hasard entre 8h et 9h.

   On désigne par T la variable aléatoire donnant l'heure d'arrivée de Quentin et on admet que T suit la loi uniforme sur l'intervalle $[8\,;9]$.

   Déterminer la probabilité que Coralie attende Quentin plus de dix minutes.

Exercice 4 (4 points)

Cet exercice est un Q.C.M. (Questionnaire à Choix Multiples). Pour chacune des questions posées, une seule des quatre réponses est exacte. Recopier le numéro de la question et la réponse exacte.

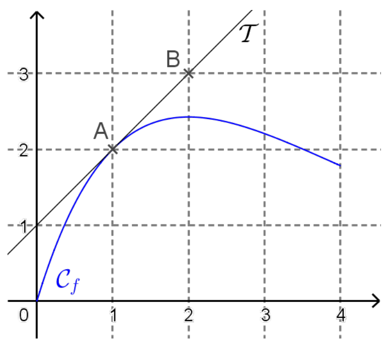
Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte 1 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point. Une réponse multiple ne rapporte aucun point.

1. La suite (u_n) est géométrique de premier terme $u_0 = 400$ et de raison $\dfrac{1}{2}$. La somme $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{10}$ vaut :
   (a) $2 \times (1 - 0{,}5^{10})$ (b) $2 \times (1 - 0{,}5^{11})$
   (c) $800 \times (1 - 0{,}5^{10})$ (d) $800 \times (1 - 0{,}5^{11})$

2. Le prix d'une action a augmenté chaque mois de 5% pendant 3 mois consécutifs. Globalement, le prix de l'action a été multiplié par :
   (a) $1{,}05^3$ (b) 1,15 (c) $3 \times 1{,}05$ (d) 1,45

Dans les deux questions suivantes, f est une fonction définie et dérivable sur $[0\,;4]$ dont la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ est donnée ci-dessous. On a tracé la droite $\mathcal{T}$, tangente à $\mathcal{C}_f$ en A$(1\,;2)$. Cette droite passe par le point B$(2\,;3)$.

On note f' la fonction dérivée de f.



3. La valeur exacte de $f'(1)$ est :
   (a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3

4. En notant F une primitive de f sur $[0\,;4]$, les variations de F sur cet intervalle sont les suivantes :
   (a) strictement croissante sur $[0\,;4]$;
   (b) strictement décroissante sur $[0\,;4]$;
   (c) strictement croissante sur $[0\,;2]$, puis strictement décroissante sur $[2\,;4]$;
   (d) strictement décroissante sur $[0\,;2]$, puis strictement croissante sur $[2\,;4]$.

ANNEXE

Prénom : NOM :

Exercice 1