Chapitre 12 - Loi normale

Paul DARTHOS

Lycée Jaufré RUDEL - BLAYE

21 mars 2018

▸ On généralise

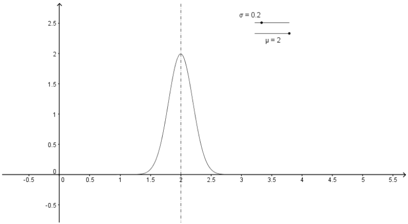
Loi normale $\mathcal{N}(\mu,\sigma^2)$

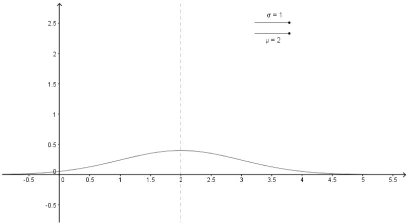
Définition

Si μ est un nombre réel et σ un nombre réel strictement positif, alors la variable aléatoire X suit la loi normale $\mathcal{N}(\mu,\sigma^2)$ si et seulement si la variable aléatoire $Y = \frac{X-\mu}{\sigma}$ suit la loi normale centrée réduite.

Courbe de la fonction de densité

La courbe $\mathcal{C}$ représentant la fonction de densité associée à la loi $\mathcal{N}(\mu,\sigma^2)$ dans un repère orthogonal est alors une courbe « en cloche », symétrique par rapport à la droite d'équation $x = \mu$ et d'autant plus « resserrée » autour de son axe de symétrie que σ est petit. μ correspond à l'espérance, c'est-à-dire la « moyenne », et σ à l'écart type, c'est-à-dire à la « dispersion » de la loi.





Espérance de la loi normale

Propriété

Si X suit la loi normale $\mathcal{N}(\mu,\sigma^2)$, alors son espérance mathématique est μ.

Calculs de probabilités

Les calculs de probabilités se feront à l'aide de la calculatrice :

Pour calculer $P(a \leqslant X \leqslant b)$, on tape :

- Avec une TI : `2nde - var (distrib) - normalFrép` et : `normalFRép(a,b,`μ`,`σ`)`
- Avec une CASIO : `OPTN - STAT - DIST - NORM - Ncd` et : `NormCD(a,b,`σ`,`μ`)`

Calculs de probabilités

Les calculs de probabilités se feront à l'aide de la calculatrice :

Pour trouver k tel que $P(X \leqslant k) = c$, on tape :

- Avec une TI : `2nde - var (distrib) - FracNormale` et : `FracNormale(c,`μ`,`σ`)`
- Avec une CASIO : `OPTN - STAT - DIST - NORM - InvN` et : `InvNormCD(c,`σ`,`μ`)`

Calculs de probabilités

Propriétés

En particulier, quelques valeurs de probabilités remarquables sont à connaître :

- $P(\mu - \sigma \leqslant X \leqslant \mu + \sigma) \approx 0{,}683$;
- $P(\mu - 2\sigma \leqslant X \leqslant \mu + 2\sigma) \approx 0{,}954$;
- $P(\mu - 3\sigma \leqslant X \leqslant \mu + 3\sigma) \approx 0{,}997$.