# Chapitre 14

# Fluctuation

## 14.1 Intervalle de fluctuation asymptotique

**Définition.** *Si $X_n$ est une variable aléatoire suivant la loi binomiale $\mathcal{B}(n\,;p)$, alors la variable aléatoire $F_n$ définie par $F_n = \dfrac{X_n}{n}$ représente la* ***fréquence de succès*** *pour un schéma de Bernoulli de paramètres $n$ et $p$.*

**Définition.** *L'intervalle $I_F = \left[p - 1{,}96\dfrac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}\,;p + 1{,}96\dfrac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}\right]$ est un* ***intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de confiance*** *95% de la variable aléatoire $F_n$ qui, à tout échantillon de taille $n$, associe la fréquence obtenue.*

**Remarque.** *Cet intervalle contient $F_n$ avec une probabilité d'autant plus proche de 0,95 que $n$ est grand. Cette approximation est valable dès que $n \geqslant 30$, $n \times p \geqslant 5$ et $n \times (1-p) \geqslant 5$.*

## 14.2 Prise de décision à partir d'un échantillon

**Remarque.** *L'intervalle de fluctuation au seuil de 95% est un intervalle qui contient au moins 95% des fréquences observées dans les échantillons de taille $n$. Cela signifie qu'il y a un « risque » de 5% pour cette fréquence de ne pas se trouver dans cet intervalle.*

*La détermination d'un intervalle de fluctuation permet donc de prendre une décision lorsqu'on* ***émet une hypothèse sur une proportion dans une population****.*

**Propriété.** *Dans une population, on* ***suppose*** *que la la proportion d'un caractère vaut $p$.*

*On peut déterminer un intervalle de fluctuation $I_F$ à 95% de la fréquence du caractère dans un échantillon de taille $n$.*

*On* ***observe*** *sur cet échantillon la fréquence $f$ du caractère.*

*Ainsi, on peut établir une* ***règle de décision*** *:*

- *si $f \notin I_F$ : on rejette l'hypothèse sur la valeur $p$ de la proportion,* ***au risque d'erreur de 5%*** *;*
- *si $f \in I_F$ : on ne rejette pas l'hypothèse sur la valeur $p$ de la proportion,* ***sans pouvoir quantifier le risque****.*