Chapitre 14 - Fluctuation

Paul DARTHOS

Lycée Jaufré RUDEL - BLAYE

1$^{\text{er}}$ mai 2018

▸ Avec beaucoup de tirages...

Variable aléatoire fréquence

Définition

Si X_n est une variable aléatoire suivant la loi binomiale $\mathcal{B}(n\,;p)$, alors la variable aléatoire F_n définie par $F_n = \dfrac{X_n}{n}$ représente la ***fréquence de succès*** *pour un schéma de Bernoulli de paramètres n et p.*

Intervalle de fluctuation asymptotique

Définition

L'intervalle $I_F = \left[p - 1{,}96\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} \; ; p + 1{,}96\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} \right]$ *est un* ***intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de confiance*** 95% *de la variable aléatoire* F_n *qui, à tout échantillon de taille n, associe la fréquence obtenue.*

Remarque

Remarque

Cet intervalle contient F_n avec une probabilité d'autant plus proche de 0,95 que n est grand. Cette approximation est valable dès que $n \geqslant 30$, $n \times p \geqslant 5$ et $n \times (1-p) \geqslant 5$.

Principe de la prise de décision

Remarque

L'intervalle de fluctuation au seuil de 95% est un intervalle qui contient au moins 95% des fréquences observées dans les échantillons de taille n. Cela signifie qu'il y a un « risque » de 5% pour cette fréquence de ne pas se trouver dans cet intervalle.
La détermination d'un intervalle de fluctuation permet donc de prendre une décision lorsqu'on ***émet une hypothèse sur une proportion dans une population****.*

Procédure à suivre

Propriété

Dans une population, on ***suppose*** *que la la proportion d'un caractère vaut p.*
On peut déterminer un intervalle de fluctuation I_F à 95% de la fréquence du caractère dans un échantillon de taille n.
On ***observe*** *sur cet échantillon la fréquence f du caractère.*
Ainsi, on peut établir une ***règle de décision*** *:*

- *si $f \notin I_F$: on rejette l'hypothèse sur la valeur p de la proportion,* ***au risque d'erreur de 5%*** *;*
- *si $f \in I_F$: on ne rejette pas l'hypothèse sur la valeur p de la proportion,* ***sans pouvoir quantifier le risque****.*