Configurations du plan

1 Distance entre deux points

♯ Propriété 1

Le plan est muni d'un repère orthonormé. $A(x_A\,;y_A)$ et $B(x_B\,;y_B)$ sont deux points du plan. Alors :

$$AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$$

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Remarque : Cette formule n'est valable que dans les repères orthonormés.
Remarque : Sauf précision de l'énoncé, on ne donne pas d'unité aux distances.

↪ Exemple 1

On définit $A(-2;3)$ et $B(1;-5)$ deux points du plan.
Déterminer la valeur exacte de la distance AB, puis une valeur arrondie à 10^{-3} près.
$AB^2 = [1-(-2)]^2 + [-5-3]^2 = 3^2 + (-8)^2 = 9 + 64 = 73$ d'où $AB = \sqrt{73} \approx 8,544$.

2 Configurations du plan

2.1 Alignement

♯ Propriété 2

Trois points A, B et C sont alignés dans cet ordre si et seulement si $AB + BC = BC$.

↪ Exemple 2

Les points $A(-19;22)$, $B(95;-44)$ et $C(19;0)$ sont-ils alignés ?
Même question pour les points A, B et $D(45;-15)$.

2.2 Triangles

♯ Propriété 3

On considère un triangle ABC.

- Le triangle ABC est **isocèle** en A si et seulement si $AB = BC$. Il est **équilatéral** si et seulement si $AB = AC = BC$.
- Le triangle ABC est **rectangle** en A si et seulement si $AB^2 + AC^2 = BC^2$.
- Un triangle peut être simultanément isocèle et rectangle en un même point.
- Un triangle qui ne possède aucune de ces propriétés est dit quelconque ou scalène.

↪ Exemple 3

Le triangle EFG, avec $E(4;8)$, $F(12;4)$ et $G(20;34)$ est-il rectangle ?

2.3 Quadrilatères

Propriété 4

On considère un quadrilatère ABCD.

- Le quadrilatère ABCD est un **parallélogramme** si et seulement si les diagonales [AC] et [BD] ont le même milieu.
  * Le parallélogramme ABCD est un **losange** si et seulement si $AB = AC$ (deux côtés consécutifs ont même longueur).
  * Le parallélogramme ABCD est un **rectangle** si et seulement si $AC = BD$ (les diagonales ont même longueur).
  * Le parallélogramme ABCD est un **carré** si et seulement si (ABCD est un rectangle et un losange).

Exemple 4

Étudier la nature du quadrilatère RSTU avec $R(-1;3)$, $S(2,5;5)$, $T(9,5;2)$ et $U(6;0)$.

2.4 Cercle, disque

Propriété 5

On considère un point C et un nombre réel $r \geqslant 0$.

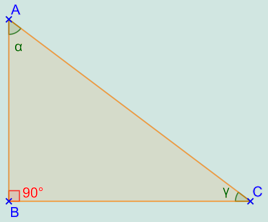
- Un point M appartient au **cercle** de centre C et de rayon r si et seulement si $CM = r$.
- Un point M appartient au **disque** de centre C et de rayon r si et seulement si $CM \leqslant r$.

3 Trigonométrie

Définition 1

Pour un triangle ABC, rectangle en B,

- le côté [AC] est l'**hypoténuse** du triangle ;
- pour l'angle $\widehat{BAC}$, le côté [AB] est le **côté adjacent** et le côté [BC] est le **côté opposé**.



Définition 2

Pour un triangle ABC rectangle en B, on définit le **cosinus**, le **sinus** et la **tangente** de l'angle aigu $\widehat{BAC}$ par

- $\cos\left(\widehat{BAC}\right) = \dfrac{AB}{AC}$;
- $\sin\left(\widehat{BAC}\right) = \dfrac{BC}{AC}$.
- $\tan\left(\widehat{BAC}\right) = \dfrac{BC}{AB}$.

On retient aussi

- $\cos(\text{angle}) = \dfrac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$;
- $\sin(\text{angle}) = \dfrac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}$.
- $\tan(\text{angle}) = \dfrac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$.