

FONCTIONS : RAPPELS DE COLLÈGE

1 Définitions d'une fonction

□ Définition 1

Définir une fonction, c'est s'intéresser à la dépendance d'une variable y par rapport à une variable x ; pour marquer cette dépendance, la variable y sera noté $f(x)$.

Une **fonction** f est un processus mathématique qui à tout nombre x de l'ensemble \mathcal{D} (un intervalle ou une réunion d'intervalles par exemple) associe un unique nombre réel noté $f(x)$; on la note :

$$f: \begin{array}{l} \mathcal{D} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto f(x) \end{array}$$

\mathcal{D} est appelé **ensemble de définition de la fonction** f .

On dit que **le nombre** $f(x)$ **est l'image du nombre** x **par la fonction** f .

On dit que **le nombre** x **est un antécédent du nombre** $f(x)$ **par la fonction** f .

1.1 Par une formule explicite

↪ Exemple 1

- On définit sur $\mathcal{D} = [-1; 5]$ la fonction $f : x \mapsto 3x + 1$.
Déterminer l'image de 3.
On substitue x par 3, on obtient : $f(3) = 3 \times 3 + 1 = 10$.
L'image de 3 par la fonction f est 10.
- On définit la fonction g sur \mathbb{R} par son expression : $g(x) = x^2 + 3$.
Déterminer l'image de 1 et de -1 .
 $g(1) = 1^2 + 3 = 4$ et $g(-1) = (-1)^2 + 3 = 4$.
L'image de 1 par la fonction g est 4, et c'est aussi l'image de -1 par g .
4 a donc deux antécédents par g : -1 et 1.

1.2 Par un tableau de valeurs

↪ Exemple 2

En reprenant les fonctions f et g définies par $f(x) = -3x + 1$ et $g(x) = x^2 + 3$, on peut calculer certaines de leurs images et présenter le tout sous la forme d'un tableau de valeurs.

| | | | | | |
|--------|------|-----|-----|-----|------|
| x | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| $f(x)$ | -2 | 1 | 4 | 7 | 10 |
| $g(x)$ | 4 | 3 | 4 | 7 | 12 |

1.3 Par un programme de calcul

▣ Définition 2

Un **algorithme** est un processus informatique comprenant

- une phase d'initialisation où sont affectées à certaines variables un type et une valeur (parfois choisis par l'utilisateur : ce sont les **entrées**) ;
- une phase de traitement, comprenant des instructions ;
- une phase de sortie, où l'algorithme renvoie un résultat, souvent affiché.

↪ Exemple 3

| | |
|------------|--|
| Entrée | Choisir un nombre c |
| Traitement | Affecter à f la valeur $1,8 \times c + 32$ |
| Sortie | Afficher f |

Ce programme convertit la température en degré CELSIUS c donnée par l'utilisateur en f , donnée en degré FAHRENHEIT.

1.4 Par une courbe

▣ Définition 3

On considère f une fonction définie sur un ensemble \mathcal{D} .

On peut représenter cette fonction sur un repère $(O; I, J)$ en représentant tout les points de coordonnées $(x; f(x))$ où x parcourt l'ensemble \mathcal{D} .

On parle de **la courbe représentative de f** . On la note généralement \mathcal{C}_f .

↪ Exemple 4

En reprenant l'exemple précédent et en utilisant les tableaux de valeurs réalisés, on obtient les courbes ci-contre.

