

**DEVOIR MAISON 1**→ **Exercice 1 : Anti-inflammatoire non stéroïdien (\*)**

L'acide (RS)-2-[4-(2-méthylpropyl)phényl]propanoïque, appelé plus communément ibuprofène, est un médicament couramment employé en France.

On estime qu'après ingestion d'un comprimé de 400 mg, le corps élimine chaque heure 29,3 % de la dose restante.

1. Justifier qu'au bout de deux heures, le corps aura éliminé à peu près la moitié de la dose initiale.
2. On note  $a_n$  la masse d'ibuprofène présente dans le corps au bout de  $n$  heures. Justifier que pour tout entier naturel  $n$ ,  $a_{n+1} = 0,707a_n$ .
3. En-dessous de 10 mg, l'ibuprofène n'est plus considéré comme actif dans l'organisme.

Recopier les lignes 2 ; 3 ; 4 et 6 de l'algorithme suivant afin qu'il donne en sortie au bout de combien d'heures la masse d'ibuprofène présente dans l'organisme passe en-dessous de ce seuil.

Ligne 1	$N \leftarrow 0$
Ligne 2	$A \leftarrow 400$
Ligne 3	<b>Tant Que</b> ...
Ligne 4	$A \leftarrow \dots$
Ligne 5	$N \leftarrow \dots$
Ligne 6	<b>Fin Tant Que</b>

4. Donner la sortie de cet algorithme.

→ **Exercice 2 : Sommation (\*\*)**

Démontrer que

$$\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

→ **Exercice 3 : Une histoire de feuilles de chou (\*\*)**

$(u_n)_n$  la suite définie par son premier terme  $u_0 = 8$  et la relation de récurrence :

$$u_{n+1} = 0,85u_n + 1,8.$$

On définit aussi la suite auxiliaire  $(v_n)$  par :  $v_n = u_n - 12$ .

**Partie A : Étude mathématique**

1. On donne l'algorithme suivant, qui a pour entrée  $N$ , choisi par l'utilisateur, et renvoie la valeur de  $U$ .

```

U ← 8
Pour K allant de 1 à N
    U ← 0,85U + 1,8
Fin Pour

```

Donner la sortie pour  $N = 2$  et l'interpréter.

2. Démontrer que la suite  $(v_n)$  est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
3. En déduire l'expression explicite de la suite  $(v_n)$ .
4. En déduire que pour tout entier naturel  $n$  :  $u_n = 12 - 4 \times 0,85^n$ .
5. (a) Quel est le sens de variation de la suite  $(v_n)$  ?  
 (b) Justifier que  $v_{n+1} - v_n = u_{n+1} - u_n$ . En déduire le sens de variation de la suite  $(u_n)$ .
6. Déterminer une expression de  $S_n = \sum_{k=0}^n u_k$ .

**Partie B : Une application**

Un magazine est vendu uniquement par abonnement. On a constaté que chaque année, il y a 1 800 nouveaux abonnés mais que 15 % des abonnés ne se réabonnent pas.

En 2018, il y avait 8 000 abonnés.

1. Montrer que la situation peut être modélisé par la suite  $(u_n)$  où  $u_n$  désignera le nombre de milliers d'abonnés l'année  $(2018+n)$  (on demande de montrer que  $u_n$  est le nombre de milliers d'abonnés l'année  $(2018+n)$ ).
2. En déduire une estimation du nombre d'abonnés en 2023 (on arrondira à l'unité près). Même question en 2033.
3. Si la tendance se poursuit, le magazine parviendra-t-il à dépasser la barre des 15 000 abonnés ? Justifier.
4. Déterminer le nombre de magazines vendus entre 2018 et 2030.