Devoir Surveillé 3

Exercice 1

Trois applications de cartographie sont notées par des utilisateurs. Le tableau résume les résultats obtenus, en milliers de vote.

Note	1	2	3	4	5	6
Nombres de votes pour l'application A	101	65	89	209	278	187

Note	1	2	3	4	5	6
Nombres de votes pour l'application B	123	110	137	154	178	171

Note	1	2	3	4	5	6
Nombres de votes pour l'application C	22	25	30	29	33	32

Par exemple, 278 milliers d'utilisateurs ont attribué la note 5 à l'application A et 154 milliers d'utilisateurs ont attribué la note 4 à l'application B.

1. Pour chaque application, déterminer le nombre d'utilisateurs ayant participé à son évaluation.

   On calcule les effectifs totaux :

   $N_A = 101 + 65 + 89 + 209 + 278 + 187 = 929$.

   $N_B = 123 + 110 + 137 + 154 + 178 + 171 = 873$.

   $N_C = 22 + 25 + 30 + 29 + 33 + 32 = 164$.

2. Donner la moyenne et la médiane des notes de chaque application : une application semble-t-elle plus appréciée que les autres ? Argumenter.

   $\overline{x}_A \approx 4,14$ et $Md_A = 5$.

   $\overline{x}_B \approx 3,76$ et $Md_B = 4$.

   $\overline{x}_C \approx 3,71$ et $Md_A = 4$.

   L'application A ayant une moyenne et une médiane significativement plus élevées, elle semble plus appréciée des consommateurs ; les applications B et C ont une moyenne et une médiane très proches.

3. Donner l'écart type des notes de chaque application : une application semble-t-elle plus régulière dans les notes obtenues que les autres ? Argumenter.

   $\sigma_A \approx 1,56$.

   $\sigma_B \approx 1,69$.

   $\sigma_C \approx 1,67$.

   L'application A a un écart type moins élevé que les applications B et C, c'est donc elle qui est la plus régulière dans ses notes.

Exercice 2

Dans une entreprise, on a prélevé 350 écrous dans la production d'une des machines et on a noté leurs diamètres intérieurs :

Diamètre (mm)	5,85	5,90	5,95	6,00	6,05	6,10	6,15
Nombre d'écrous	27	80	98	56	52	29	8

1. Déterminer la médiane et les quartiles de cette série.

Diamètre (mm)	5,85	5,90	5,95	6,00	6,05	6,10	6,15
Nombre d'écrous	27	80	98	56	52	29	8
E.C.C.	27	107	205	261	313	342	350

   L'effectif total vaut 350.

   Comme $350 \times \frac{1}{2} = 175$, la médiane est la 175ᵉ valeur, soit $Md = 5,95$ mm.

   Comme $350 \times \frac{1}{4} \approx 88$, la médiane est la 88ᵉ valeur, soit $Q_1 = 5,9$ mm.

Comme $350 \times \frac{3}{4} \approx 263$, la médiane est la 263ᵉ valeur, soit Md $= 6,05$ mm.

2. (a) Donner la moyenne $\overline{x}$ et l'écart type σ de cette série.

   $\overline{x} \approx 5,97$ mm et $\sigma \approx 0,07$ mm.

   (b) En déduire la proportion d'écrous appartenant à l'intervalle $\left[\overline{x}-\sigma\,;\overline{x}+\sigma\right]$.

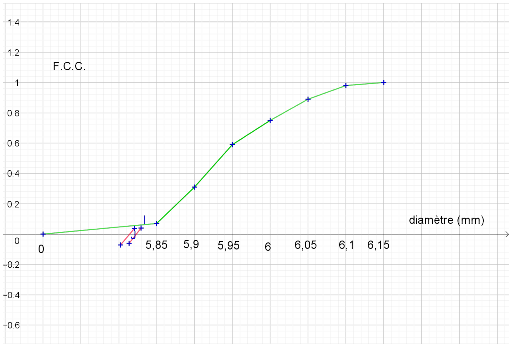
   $\overline{x}-\sigma \approx 5,9$ et $\overline{x}+\sigma \approx 6,04$.

   L'intervalle $\left[\overline{x}-\sigma\,;\overline{x}+\sigma\right]$ correspond donc aux valeurs 5,9 ; 5,95 ; 6, dont l'effectif est $80+98+56=234$.

   La proportion est donc de $\frac{234}{350} \approx 0,67 = 67\ \%$.

3. Construire la courbe des F.C.C. de cette série.

Diamètre (mm)	5,85	5,90	5,95	6,00	6,05	6,10	6,15
Nombre d'écrous	27	80	98	56	52	29	8
E.C.C.	27	107	205	261	313	342	350
F.C.C. (arrondi à 0,01 près)	0,07	0,31	0,59	0,75	0,89	0,98	1



↠ Exercice 3

A(6 ; 8), B(1 ; 2) et C(12 ; 3) sont trois points. Calculer les quantités AB^2, AC^2 et BC^2, puis conclure quant à la nature du triangle ABC.

$AB^2 = (1-6)^2 + (2-8)^2 = 25 + 36 = 61$.

$AC^2 = (12-6)^2 + (3-8)^2 = 36 + 25 = 61$.

$BC^2 = (12-1)^2 + (3-2)^2 = 121 + 1 = 122$.

Déjà, $AB = AC$ et en plus, $AB^2 + AC^2 = BC^2$, donc ABC est isocèle rectangle en A.

↠ Exercice 4

Les affirmations suivantes sont-elles exactes ? Justifier soigneusement.

1. Le milieu du segment [EF], où $E\left(\frac{7}{2}\,;-4\right)$ et $F\left(-\frac{3}{2}\,;14\right)$ est le point K(4 ; 10).

   On note L le milieu du segment [EF], donc

   $L\left(\frac{\frac{7}{2}+\frac{-3}{2}}{2}\,;\frac{-4+14}{2}\right) = (1\,;5)$

   Le point K n'est pas le milieu du point [EF].

2. R(8 ; 8), S(18 ; 4) et T(25 ; −5) sont trois points. Le point U(15 ; −1) est tel que RSTU est un parallélogramme.

   On note V le milieu de la diagonale [RT].

   $V\left(\frac{8+25}{2}\,;\frac{8+(-5)}{2}\right) = (17,5\,;1,5)$.

   On note W le milieu de la diagonale [SU].

   $V\left(\frac{18+15}{2}\,;\frac{4+(-1)}{2}\right) = (17,5\,;1,5)$.

   Les milieux des deux diagonales sont confondus, RSTU est bien un parallélogramme.

3. Les points M(−16 ; 14), N(−6 ; 6), P(−22 ; −14) et L(−32 ; 6) forment un rectangle.

   On note A le milieu de la diagonale [MP].

A $\left(\frac{-16+(-22)}{2}\,;\,\frac{14+(-14)}{2}\right) = (-19\,;0)$.

On note B le milieu de la diagonale [NL].

B $\left(\frac{-6+(-32)}{2}\,;\,\frac{6+6}{2}\right) = (-19\,;6)$.

Ces deux milieux n'étant pas confondus, MNPL n'est pas un parallélogramme, *a fortiori* pas un rectangle.

↠ Exercice 5

Déterminer les coordonnées du point V′, symétrique du point V$(54\,;-17)$ par le point W$(3\,;-9)$.

W est alors le milieu du segment [VV′]. En notant V′$(x\,;y)$, on a

$x_{\mathrm{W}} = \frac{x_{\mathrm{V}}+x}{2}$ et $y_{\mathrm{W}} = \frac{y_{\mathrm{V}}+y}{2}$

$3 = \frac{54+x}{2}$ $-9 = \frac{-17+y}{2}$

$6 = 54 + x$ et $-18 = -17 + y$

$x = -48$ et $y = -1$.

Ainsi, V′$(-48\,;-1)$.