

DEVOIR SURVEILLÉ 3→ **Exercice 1**

1. Montrer que pour un nombre complexe Z , $Z \in \mathbb{R} \Leftrightarrow Z = \bar{Z}$.
2. Montrer que pour tous nombres complexes z et z' , on a

$$\overline{z \times z'} = \bar{z} \times \bar{z}'.$$

3. Déterminer l'ensemble des nombres complexes $z \neq i$ tels que $Z = \frac{z-2}{1+i}$ soit un nombre réel.

→ **Exercice 2**

Dans le plan complexe, $A(2+i)$, $B(1+5i)$ et $D(5)$ sont trois points.

1. Calculer l'affixe du point C tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.
2. Les points E et F sont définis par $\overrightarrow{BE} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{AD}$.
3. Calculer les affixes des points E et F .
4. Les points C , E et F sont-ils alignés ?

→ **Exercice 3**

Pour un point M d'affixe $z \neq 4$, on associe le point M' d'affixe $z' = \frac{z}{z-4}$.
Déterminer l'ensemble des points M tels que z' soit un imaginaire pur.

→ **Exercice 4**

1. Résoudre l'équation $z + 2i\bar{z} = 1 - i$.
2. (a) Montrer que $\forall z \in \mathbb{C}, 2z^4 - 14z^3 + 35z^2 - 38z + 30 = (z^2 - 6z + 10)(2z^2 - 2z + 3)$.
(b) Résoudre l'équation $2z^4 - 14z^3 + 35z^2 - 38z + 30 = 0$.