55 **a.** e^{-1} ; **b.** e^{2x} ; **c.** $e^0 = 1$.

56 **a.** L'équation revient à résoudre :
$x^2 + 6x + 5 \geqslant 0$.
Le discriminant est égal à 16, d'où deux solutions $x = -5$ et $x = -1$.
On en déduit le signe du trinôme :

x	$-\infty$		-5		-1		$+\infty$
Signe du trinôme		+	0	−	0	+	

Donc $\mathcal{S} =]-\infty\,;-5] \cup [-1\,;+\infty[$.

b. L'inéquation revient à résoudre :
$x^2 + 3x - 4 < 0$. Le discriminant est égal à 25, les solutions sont -4 et 1.

x	$-\infty$		-4		-1		$+\infty$
Signe du trinôme		+	0	−	0	+	

Donc $\mathcal{S} =]-4\,;1[$.

c. L'inéquation revient à résoudre :
$2x^2 - 3x - 9 \leqslant 0$.
Le discriminant est égal à 81, les solutions sont $-1{,}5$ et 3.

x	$-\infty$		$-1{,}5$		3		$+\infty$
Signe du trinôme		+	0	−	0	+	

Donc $\mathcal{S} = [-1{,}5\,;3]$.

d. L'inéquation revient à résoudre :
$x^2 + 2x - 15 \leqslant 0$
Le discriminant est 64, les solutions sont -5 et 3.

x	$-\infty$		-5		3		$+\infty$
Signe du trinôme		+	0	−	0	+	

Donc $\mathcal{S} = [-5\,;3]$.

57 **a.** L'équation $e^x = 1$ a pour solution $x = 0$.
b. L'équation $e^x = -8$ n'a aucune solution, car $-8 < 0$ et $e^x - e = 0$ a pour solution $x = 1$.
Donc le produit a une solution $x = 1$.
c. Le produit $x(e^{2x+1} - 1) = 0$ pour $x = 0$ ou pour $e^{2x+1} - 1 = 0$, soit :
$x = 0$ ou $2x + 1 = 0$.
$x = 0$ ou $x = -\frac{1}{2}$.
d. $e^{-3x+6} = e$ est équivalent à $-3x + 6 = 1$ et $x = \frac{5}{3}$.
$e^{x^2} = 1$ a pour solution $x = 0$.

58 **a.** Le discriminant est égal à 16, on a donc deux solutions -3 et 1.
b. On pose $X = e^x$, l'équation revient à résoudre $X^2 + 2X - 3 = 0$, équation du **a.**, donc $e^x = -3$, ce qui est impossible ou $e^x = 1$ qui a pour solution $x = 0$. Finalement $\mathcal{S} = \{0\}$.

59 On identifie les coefficients $a = 1$, $b = 1 - e$ et $c = -e$. On calcule le discriminant :
$(1 - e)^2 - 4(-e) = 1 - 2e + e^2 + 4e = (e + 1)^2$.
Les solutions sont donc $x = -1$ et $x = e$.

60 $e^{2x} > 0$ et $e^{x-2} > 0$, donc $e^{2x} + e^{x-2} > 0$, et il n'y a aucune solution.

61 **a.** $(e^x + 3)(e^{-x} - 1) = 3e^{-x} - e^x - 2$.
b. $e^x + 3 > 0$, le signe de f est donc celui de $e^{-x} - 1$.
$e^{-x} - 1 = 0$ pour $x = 0$.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
Signe de f		+	0	−	

62 **a. b.** $f'(x) = e^x + \frac{1}{x^2} > 0$.
c.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
Signe de $f'(x)$		+	0	+	
Variations de f		↗	‖	↗	

63 **a.** $e^x > 0$ et $x + 1 > 0$, donc $f(x) > 0$.
b. $f'(x) = \frac{xe^x}{(x+1)^2}$ est positive sur $[0\,;+\infty[$ et négative sur $]-1\,;0]$, donc f est décroissante sur $]-1\,;0]$ et croissante sur $[0\,;+\infty[$.

64 Iliès pense que $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'}{v'}$ et Margaux oublie le fait que dans la dérivée d'un quotient, le dénominateur est au carré. Gabriel quant à lui se trompe entre u et v.

65 **a. b.** On calcule $f'(x) = e^x - 1$.
c.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
Signe de $f'(x)$		−	0	+	
Variations de f		↘		↗	

d. $y = f'(0)(x-0)+f(0)$
$y = 2$.

66 **a.** $g'(x) = x(x+2)\mathrm{e}^{x}$.
b. et **c.**

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
Signe de $g'(x)$		+	0	−	0	+	
Variations de g		↗		↘		↗	

d. $y = g'(-2)(x+2)+g(-2)$.
$y = \frac{4}{\mathrm{e}^{2}}$.

67 **1. a.** $f'(x) = \frac{\mathrm{e}^{x}(x-1)}{x^{2}}$, le signe de $f'(x)$ est donc celui de $x-1$.
b. et **c.**

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
Signe de $f'(x)$		−	‖	−	0	+	
Variations de g		↘	‖	↘		↗	

2. *Voir le fichier ressource dans le manuel numérique enseignant.*
a. Pour A = 10, M = 4 ; pour A = 100, M = 7 ; pour A = 1 000, M = 10.
b. Cette fonction renvoie le plus petit entier M tel que $f(x) \geqslant$ A.
c. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

68 **a.** As $f(0) = 1$, S(0, 1).
b. As $g(0) = b$ and $g(0) = 1$, then $b = 1$.
$g(2) = 0$ therefore $2a + 1 = 0$ and $a = -\frac{1}{2}$.
$g(x) = -0.5x+1$.
c. $e^{x} = 0.1$ hence $x \approx -2.3$.

69 On calcule $f'(x) = \frac{-6x\mathrm{e}^{x}+16\mathrm{e}^{x}}{9x^{2}-30x+25}$, $f'(0) = \frac{16}{25}$ et $f(0) = \frac{2}{5}$.
D'où l'équation, $y = \frac{16}{25}x + \frac{2}{5}$ ce qui correspond aux résultats obtenus.

OBJECTIF 2
Étudier une composée affine de la fonction exponentielle

70 **a.** Faux, car $f'(x) = -7\mathrm{e}^{-7x+3} < 0$.
b. Faux, car $g'(x) = -10\mathrm{e}^{2x-1} < 0$.
c. Vrai, car $x \to \mathrm{e}^{-6x+8}$ décroissante strictement.
d. Faux, car $k'(x) = 0{,}3\mathrm{e}^{3x-10}$.

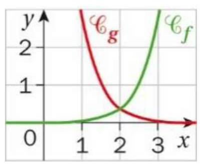
71 **1. c.** **2. d.** **3. b.** **4. a.**

72 Réponse **a.** car $f'(x) = 10\mathrm{e}^{-2x+3}$.

73 $\mathscr{C}_2$ et $\mathscr{C}_3$ correspondent à des fonctions croissantes, donc elles correspondent aux fonctions g et k. Or $g(1) < k(1)$, donc $\mathscr{C}_2$ correspond à k et $\mathscr{C}_3$ à g.
Pour $\mathscr{C}_4$, la valeur en 0,5 donne 1, donc on reconnaît f ; et par éliminations, $\mathscr{C}_1$ correspond à h.

74 **a.** Vrai, car :
$f'(x) = \mathrm{e}^{-4x+1} + x(-4\mathrm{e}^{-4x+1})$
$= (1-4x)\,\mathrm{e}^{-4x+1}$
D'où $f'(0) = \mathrm{e}$ et $f(0) = 0$, soit : $y = \mathrm{e}x$
b. Faux, car :
$g'(x) = \frac{3\mathrm{e}^{3x-2}(2x-1)-2\mathrm{e}^{3x-2}}{(2x-1)^{2}} = \frac{(6x-5)\mathrm{e}^{3x-2}}{(2x-1)^{2}}$.
D'où, $g(0) = -\mathrm{e}^{-2}$ et $g'(0) = -5\mathrm{e}^{-2}$ et donc
$y = -\frac{5}{\mathrm{e}^{2}}x - \mathrm{e}^{-2}$.

75 **1. a.** $f'(x) = 2\mathrm{e}^{2x-5}$ et $g'(x) = -2\mathrm{e}^{-2x+3}$.
b. On constate que $f'(x)$ est toujours positive, et $g'(x)$ toujours négative.
c. Donc f est croissante et g décroissante.
2. a.



b. Il semble que les deux courbes se coupent au point d'abscisse 2.
c. L'équation est équivalente à résoudre :
$2x-5 = -2x+3$ et $x = 2$
d. L'inéquation $g(x) > f(x)$ est équivalente à :
$-2x+3 > 2x-5$, d'où : $2 > x$.
$\mathscr{S} =]-\infty\,;+2[$.