DEVOIR MAISON I

Exercice 1 : foisonnement de termes

Pour chaque suite, calculer les trois premiers termes.

1. (a_n) définie par $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $a_n = 2n^2 + \frac{1}{n}$.
2. (b_n) définie par $\begin{cases} b_0 = -1 \\ b_{n+1} = 4 - \frac{1}{b_n}, \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$.
3. (c_n) :
   $c \leftarrow 40$
   Pour k allant de 1 à n
   $\quad c \leftarrow 1{,}25c - 4$
4. (d_n) :

```python
def d(n):
    d = 0.97
    for ind in range(n):
        d = 0.7 * d**2 + 1
    return d
```

5. $(t_n) : \forall n \in \mathbb{N}, t_n = 1{,}4^n$.
6. $(u_n) : \forall n \in \mathbb{N}, u_n = \frac{n^3}{\sqrt{n+1}}$.
7. $(v_n) : \begin{cases} v_0 = 42 \\ v_{n+1} = 3v_n + n, \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$.
8. $(w_n) : \begin{cases} w_0 = 5 \\ w_{n+1} = \frac{2+n}{{w_n}^2}, \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$.
9. (z_n) :
   $z \leftarrow 0$
   Pour ℓ allant de 1 à n
   $\quad z \leftarrow z + \ell$

Exercice 2 : calculs effroyables

Simplifier les expressions suivantes.

1. $\mathrm{A}(x) = (2x+1)^2 - 2(x+4)(5-x)$.
2. $\mathrm{B}(x) = (-3x+7)^2$.
3. $c_{n+1} - c_n$ où $c_n = 2n^2 - n + 6$.
4. $h_{n+1} - h_n$ où $h_n = \frac{1}{2n+1}$.
5. $\frac{g_{n+1}}{g_n}$ où $g_n = \frac{2^{n+1}}{3^{2n+3}}$.
6. $\frac{q_{n+1}}{q_n}$ où $q_n = \frac{3{,}4^n}{2n}$.

Exercice 3 : immondes résolutions

Résoudre les équations et inéquations suivantes.
Une variable x sera supposée être un nombre réel et une variable n un nombre entier relatif.

1. $(2x-3)(5x+6) - 2(2x-3)(7-x) = 0$.
2. $\frac{1}{7x-1} - \frac{1}{x+3} = 0$.
3. $\frac{12n-1}{9n+65} \geqslant 1$.
4. $\frac{3x-4}{7x-6} > 0$.
5. $(2x-1)^2 = 3$.
6. $\frac{2n}{11} - \frac{1}{8} \leqslant \frac{6}{7}n + \frac{3}{4}$.

INDICATIONS

↠ Exercice 1

1. $a_1 = 3 ; a_2 = 8{,}5 ; a_3 = \frac{55}{3}$.
2. $b_0 = -1 ; b_1 = 5 ; b_2 = 3{,}8$.
3. $c_0 = 40 ; c_1 = 46 ; c_2 = 53{,}5$.
4. $d_0 = 0{,}97 ; d_1 = 1{,}658\ 63 ; d_2 = 2{,}925\ 737\ 433\ 83$.
5. $t_0 = 1 ; t_1 = 1{,}4 ; t_2 = 1{,}96$.
6. $u_0 = 0 ; u_1 = 1 ; u_2 = \frac{8}{1+\sqrt{2}}$.
7. $v_0 = 42 ; v_1 = 126 ; v_2 = 379$.
8. $w_0 = 5 ; w_1 = \frac{2}{25} ; w_2 = \frac{1\ 875}{4}$.
9. $z_0 = 0 ; z_1 = 1 ; z_2 = 3$.

↠ Exercice 2

1. $\mathrm{A}(x) = 4x^2 + 4x + 1 + 2x^2 - 2x - 40 = 6x^2 + 2x - 39$.
2. $\mathrm{B}(x) = 9x^2 - 42x + 49$.
3. $c_{n+1} = 2n^2 + 3n + 7$ et $c_{n+1} - c_n = 4n + 1$.
4. $h_{n+1} = \frac{1}{2n+3}$ t $h_{n+1} - h_n = \frac{-2}{(2n+1)(2n+3)}$.
5. $g_{n+1} = \frac{2^{n+2}}{3^{2n+5}}$ et $\frac{g_{n+1}}{g_n} = \frac{2}{9}$.
6. $q_{n+1} = \frac{3{,}4^{n+1}}{2n+2}$ et $\frac{q_{n+1}}{q_n} = \frac{3{,}4(n+1)}{n}$.

↠ Exercice 3

1. $(2x-3)(7x-8) = 0$, $\mathrm{S} = \left\{\frac{3}{2} ; \frac{8}{7}\right\}$.
2. $\frac{-6x+4}{(7x-1)(x+3)} = 0$, $\mathrm{S} = \left\{\frac{2}{3}\right\}$.
3. $\frac{3n-66}{9n+65}$, tableau de signes, $\mathrm{S} =]\!]-\infty ; -8]\!] \cup [\![22 ; +\infty[\![$.
4. tableau de signes, $\mathrm{S} = \left]-\infty ; \frac{3}{4}\right[\cup \left]\frac{6}{7} ; +\infty\right[$.
5. $\mathrm{S} = \left\{\frac{1\pm\sqrt{3}}{2}\right\}$.
6. $-\frac{52}{77}n \leqslant \frac{7}{8}$, $\mathrm{S} = [\![-1 ; +\infty[\![$.