DEVOIR MAISON 2

↠ Exercice 1 : en ces temps de rhinopharyngites

La suite (u_n) est définie par $\begin{cases} u_0 = 12 \\ u_{n+1} = 0{,}942u_n \end{cases}$.

1. (a) L'algorithme suivant renvoie en sortie la première valeur de n tel que $u_n < 6$.
   Déterminer cette valeur, en justifiant.

   (b) Modifier l'algorithme afin qu'il donne en sortie la plus petite valeur n telle que $u_n < \frac{u_0}{10}$.

   $n \leftarrow 0$
   $u \leftarrow 12$
   Tant que $u \geqslant 6$
   $\quad u \leftarrow 0{,}942u$

2. Écrire une fonction en Python `seuil` :
   - prenant un argument un flottant `p` ;
   - renvoyant le plus petit entier n tel que $u_n <$ `p`.
3. Un patient prend un comprimé contenant 12 mg de pseudoéphédrine. Chaque heure, le corps élimine 5,8 % de la quantité de cette molécule présente dans le corps.
   (a) Justifier que la masse de pseudoéphédrine présente dans le corps est modélisée par la suite (u_n).
   (b) La notice indique qu'au bout de 7 heures, la pseudoéphédrine n'agit plus : quelle masse est encore présente le corps à ce moment-là ?
   (c) Combien d'heures faut-il à l'organisme pour éliminer au moins 50 % de la pseudoéphédrine ingérée ? Même question pour 90 %.

↠ Exercice 2 : programmation pythonesque « délicate »

La suite (u_n) est définie par $\begin{cases} v_0 = 2 \\ v_{n+1} = 0{,}5{v_n}^2 + n \end{cases}$.

1. Calculer v_n pour $n \in [\![1\,;4]\!]$.
2. Exprimer v_k en fonction de v_{k-1} pour un nombre entier $k \geqslant 1$.
3. Écrire une fonction en Python `v` :
   - prenant un argument un entier `n` ;
   - renvoyant la valeur $v_{\mathtt{n}}$.

↠ Exercice 3 : conjonction de points remarquables

A$(2\,;5)$, B$(-2\,;1)$ et C$(5\,;1)$ sont trois points.

1. (a) Déterminer une équation de la médiatrice du segment [BC].
   (b) Justifier qu'une équation de la médiatrice du segment [AB] est $x + y - 3 = 0$.
   (c) En déduire les coordonnées du centre du cercle circonscrit Ω au triangle ABC.
2. L'orthocentre H du triangle ABC peut être défini par la relation vectorielle $\overrightarrow{\Omega A} + \overrightarrow{\Omega B} + \overrightarrow{\Omega C} = \overrightarrow{\Omega H}$.
   Déterminer les coordonnées du point H.
3. Le centre de gravité du triangle ABC est le point G$\left(\frac{5}{3}\,;\frac{7}{3}\right)$.
   Justifier que les points G, H et Ω sont alignés.